CINEMÁTICA: Movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U), Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, caída libre. Aplicaciones. Movimiento parabólico.

MOVIMIENTO HORIZONTAL

Resumen de ecuaciones

$$\bar{v} = \frac{s}{t}$$

$$a = \frac{v_f - v_0}{t}$$

$$v_f = v_o + at$$

$$s = \bar{v}t = \frac{v_f + v_0}{2}t$$

$$s = \frac{v_f + v_0}{2}t$$

$$s = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

$$2as = v_f^2 - v_0^2$$

$$v_f = v_0 + at$$

MOVIMIENTO VERTICAL

Caída libre

a) $g = v_f - v_i / t$

b-) $v_f = v_i + g \, . \, t$

c-) $v^2 = v^2 + 2 \, g \, . \, h$

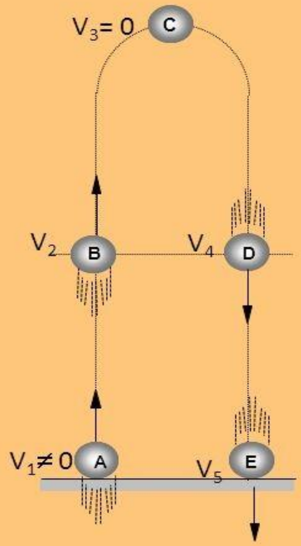
d-) $h = v \, . \, t + 1/2 \, g \, . \, t^2$

e-) $t = v_f - v_i / g$

TALLER 2

- CUANDO UN CUERPO ES LANZADO HACIA ARRIBA

Cuando SUBE	Cuando BAJA
$h = v_i t - \frac{gt^2}{2}$	$h = v_i t + \frac{gt^2}{2}$
$h = v_f t + \frac{gt^2}{2}$	$h = v_f t - \frac{gt^2}{2}$
$v_f = v_i - gt$	$v_f = v_i + gt$
$v_f^2 = v_i^2 - 2gh$	$v_f^2 = v_i^2 + 2gh$
$h = \frac{(v_i + v_f)t}{2}$	$h = \frac{(v_i + v_f)t}{2}$



OTRA CONSIDERACIONES

- ALTURA MAXIMA

$$h_{max} = \frac{v_o^2}{2g}$$

- TIEMPO TOTAL DE VUELO

$$t_{total} = \frac{2v_o}{g}$$

- TIEMPO DE SUBIDA

Cuandola $v_f = 0$

$$t_{sub} = \frac{v_o}{g}$$

- TIEMPO DE ALCANCE

$$t_{encuentro} = \frac{H}{v_A - v_B}$$

- TIEMPO DE ENCUENTRO

$$t_{encuentro} = \frac{H}{v_A + v_B}$$

17

MOVIMIENTO PARABOLICO Y SEMIPARABOLICO

$$Ym = \frac{V_o^2 sen^2 \propto}{2g}$$

$$Xm = \frac{V_o^2 sen\ 2\propto}{g}$$

$$t_v = \frac{2V_o sen \propto}{g}$$

$$V = \sqrt[2]{V_o^2 + V_y^2}$$

Movimiento parabólico

$$Y = \frac{g\,t^2}{2}$$

$$X = V_o . t$$

$$V = g.t$$

$$V_y^2 = 2gY$$

$$V = \sqrt[2]{V_o^2 + V_y^2}$$

Movimiento semiparabólico

MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO 2

LA ACELERACIÓN mide la razón de cambio de la velocidad con respecto al tiempo. Por consiguiente,

$$\textit{Aceleración promedio} = \frac{\text{cambio en el vector velocidad}}{\text{Tiempo transcurrido}}$$

$$\vec{\mathbf{a}}_{prom} = \frac{\vec{\mathbf{x}}_f - \vec{\mathbf{x}}_i}{t}$$

donde $\vec{\mathbf{x}}_i$ es la velocidad inicial, $\vec{\mathbf{x}}_f$ es la velocidad final y t es el tiempo transcurrido durante el cambio. Las unidades de aceleración son unidades de velocidad divididas entre unidades de tiempo. Algunos ejemplos son (m/s)/s (o bien m/s^2) y (km/h)/s (o bien km/h · s). Hay que notar que la aceleración es una cantidad vectorial y tiene la dirección del cambio de velocidad, $\vec{\mathbf{x}}_f - \vec{\mathbf{x}}_i$. No obstante, es común hablar de la magnitud de la aceleración diciendo solamente aceleración, siempre que no exista ambigüedad.

Cuando sólo interesan las aceleraciones tangenciales a la trayectoria recorrida, se conoce la dirección de la aceleración y se puede escribir la ecuación definitoria en forma escalar como:

$$a_{prom} = \frac{v_f - v_i}{t}$$

EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO es una situación importante. En este caso, el *vector aceleración es constante* y su línea de acción está a lo largo del vector desplazamiento, así que las direcciones de los vectores $\vec{\mathbf{x}}$ y $\vec{\mathbf{a}}$ se pueden indicar con signos positivos o negativos. Si el desplazamiento se representa con s (positivo si va en sentido positivo, y negativo si el sentido es negativo), el movimiento puede describirse con las *cinco ecuaciones de movimiento* para el movimiento uniformemente acelerado:

$$s = v_{prom}t$$

$$v_{prom} = \frac{v_f + v_i}{2}$$

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2as$$

$$s = v_i t + \tfrac{1}{2}at^2$$

Con frecuencia s se reemplaza con y o con x y algunas veces v_f y v_i se escriben como v y v_0, respectivamente.

LA DIRECCIÓN ES IMPORTANTE y debe escogerse el sentido positivo cuando se analiza un movimiento a lo largo de una línea recta. A cualquier dirección se le puede asignar el sentido positivo. Si un desplazamiento, velocidad o aceleración se plantea en sentido opuesto, éste debe tomarse como negativo.

LA INTERPRETACIÓN GRÁFICA del movimiento rectilíneo (por ejemplo, en la dirección del eje de las x) es como sigue:

- Una gráfica de *distancia contra tiempo* siempre es positiva (v.g., la gráfica está arriba del eje del tiempo). Tal curva nunca disminuye (es decir, nunca tiene una pendiente o una rapidez negativas). Sólo piense en el odómetro y en el medidor de rapidez de un automóvil.

- Debido a que el desplazamiento es una cantidad vectorial sólo se puede graficar contra el tiempo si se limita el movimiento a línea recta y luego se emplean los signos más y menos para especificar una dirección. De acuerdo con esto, es una práctica común graficar el *desplazamiento a lo largo de una línea recta contra el tiempo* mediante ese esquema. Una gráfica que representa un movimiento a lo largo de, por ejemplo, el eje x, puede ser o positiva (trazada encima del eje del tiempo) cuando el objeto está a la derecha del origen ($x = 0$), o negativa (dibujada bajo el eje del tiempo) cuando el objeto está a la izquierda del origen (consulte la figura 2-1). La gráfica puede ser positiva y hacerse más positiva, o negativa y hacerse menos negativa. En ambos casos, la curva tendría una pendiente positiva y el objeto una velocidad positiva (se movería en la dirección x positiva). Además, la gráfica puede ser positiva y hacerse menos positiva, o negativa y hacerse más negativa. En estos dos casos, la curva tendría una pendiente negativa, y el objeto una velocidad negativa (se movería en la dirección x negativa).
- La *velocidad instantánea* de un objeto en un tiempo específico es la pendiente de la gráfica desplazamiento contra tiempo. Puede ser positiva, negativa o cero.
- La *aceleración instantánea* de un objeto en un tiempo específico es la pendiente de la gráfica velocidad contra tiempo en ese momento.
- Para un movimiento con velocidad constante, la gráfica de x contra t es una línea recta. Para un movimiento con aceleración constante, la gráfica de v contra t es una línea recta.

ACELERACIÓN DEBIDA A LA GRAVEDAD (g): La aceleración de un cuerpo que se mueve sólo por la atracción gravitacional es g, la aceleración gravitacional (o de caída libre), la cual tiene dirección vertical hacia abajo. En la superficie de la Tierra tiene un valor de $g = 9.81\ \text{m/s}^2$ ($= 32.2\ \text{pies/s}^2$); este valor sufre ligeras variaciones de un lugar a otro. Sobre la superficie de la Luna, el valor de la aceleración de caída libre es $1.6\ \text{m/s}^2$.

COMPONENTES DE LA VELOCIDAD: Supóngase que un objeto se mueve con una velocidad $\vec{\mathbf{x}}$ que forma algún ángulo θ hacia arriba del eje x, como sería inicialmente el caso de una pelota lanzada al aire. Entonces esa velocidad tiene las componentes vectoriales x y y (véase la figura 1-7) de $\vec{\mathbf{x}}_x$ y $\vec{\mathbf{x}}_y$. Las componentes escalares correspondientes de la velocidad son

$$v_x = v \cos\theta \qquad \text{y} \qquad v_y = v \operatorname{sen}\theta$$

y puede resultar que éstos sean números positivos o negativos, dependiendo de θ. Como regla, si $\vec{\mathbf{x}}$ está en el primer cuadrante, $v_x > 0$ y $v_y > 0$; si $\vec{\mathbf{x}}$ está en el segundo cuadrante, $v_x < 0$ y $v_y > 0$; si $\vec{\mathbf{x}}$ está en el tercer cuadrante, $v_x < 0$ y $v_y < 0$; por último, si $\vec{\mathbf{x}}$ está en el cuarto cuadrante, $v_x > 0$ y $v_y < 0$. Debido a que estas cantidades tienen signos y, por tanto, direcciones implicadas a lo largo de ejes conocidos, es común referirse a ellas como velocidades. El lector encontrará ese uso en muchos textos, pero no sin desventajas pedagógicas. En lugar de ello, se evitará aplicar el término "velocidad" a todo, excepto a una cantidad vectorial (escrita en negritas con una flecha arriba) cuya dirección se expresa de manera explícita. De este modo, para un objeto que se mueve con una *velocidad* $\vec{\mathbf{x}} = 100\ \text{m/s}$ —hacia el OESTE, el *valor escalar de la velocidad a lo largo del eje* x es $v = -100\ \text{m/s}$, y la *rapidez* (o *magnitud de la velocidad*, siempre positiva) es $v = 100\ \text{m/s}$.

LOS PROBLEMAS DE PROYECTILES pueden resolverse fácilmente si se desprecia el rozamiento (fricción) con el aire. Para simplificar el problema se puede considerar el movimiento del proyectil como dos movimientos independientes: uno horizontal con $a = 0$ y $v_f = v_i = v_{prom}$ (es decir, con velocidad constante), y un movimiento vertical con $a = g = 9.81\ \text{m/s}^2$ dirigido hacia abajo.

PROBLEMAS RESUELTOS

2.1 [I] Un robot llamado Fred se mueve inicialmente a $2.20\ \text{m/s}$ por un pasillo en una terminal espacial. Después acelera a $4.80\ \text{m/s}$ en un tiempo de $0.20\ \text{s}$. Determine el tamaño o la *magnitud* de su aceleración media a lo largo de la trayectoria recorrida.

La ecuación escalar definitoria es $a_{prom} = (v_f - v_i)/t$. Todo está en las unidades adecuadas del SI, por lo que sólo se necesita realizar el cálculo:

TALLER 2

MRU: $d = v.t$

MUA: $d = Vo.t + 1/2a.t^2$ $Vf = Vo + a.t$ $Vf^2 = Vo^2 + 2.a.d$

MUR: $d = v_0.t - 1/2a.t^2$ $Vf = Vo - a.t$ $Vf^2 = Vo^2 - 2.a.d$

Caída Libre: $y = 1/2.g.t^2$ $Vy = g.t$ $Vf^2 = 2.g.h$

Lanzamiento vertical hacia abajo: $h = v_0.t + 1/2g.t^2$ $Vf = Vo + g.t$ $Vf^2 = Vo^2 + 2.g.h$

Lanzamiento hacia arriba: $h = v_0.t - 1/2g.t^2$ $Vf = Vo - g.t$ $Vf^2 = Vo^2 - 2.g.h$

EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO es una situación importante. En este caso, el *vector aceleración es constante* y su línea de acción está a lo largo del vector desplazamiento, así que las direcciones de los vectores $\vec{x}$ y $\vec{a}$ se pueden indicar con signos positivos o negativos. Si el desplazamiento se representa con *s* (positivo si va en sentido positivo, y negativo si el sentido es negativo), el movimiento puede describirse con las *cinco ecuaciones de movimiento* para el movimiento uniformemente acelerado:

$$s = v_{prom}t$$

$$v_{prom} = \frac{v_f + v_i}{2}$$

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2as$$

$$s = v_it + \frac{1}{2}at^2$$

Movimiento acelerado

PROBLEMAS RESUELTOS

2.1 [I] Un robot llamado Fred se mueve inicialmente a 2.20 m/s por un pasillo en una terminal espacial. Después acelera a 4.80 m/s en un tiempo de 0.20 s. Determine el tamaño o la *magnitud* de su aceleración media a lo largo de la trayectoria recorrida.

La ecuación escalar definitoria es $a_{prom} = (v_f - v_i)/t$. Todo está en las unidades adecuadas del SI, por lo que sólo se necesita realizar el cálculo:

$$a_{prom} = \frac{4.80 \text{ m/s} - 2.20 \text{ m/s}}{0.20 \text{ s}} = 13 \text{ m/s}^2$$

Observe que la respuesta tiene dos cifras significativas porque el tiempo sólo tiene dos cifras significativas.

2.2 [I] Un automóvil viaja a 20.0 m/s cuando el conductor pisa los frenos y se detiene en una línea recta en 4.2 s. ¿Cuál es la magnitud de su aceleración media?

La ecuación escalar definitoria es $a_{prom} = (v_f - v_i)/t$. Observe que la rapidez final es cero. Aquí la rapidez inicial es más grande que la rapidez final, de modo que se puede esperar que la aceleración sea negativa:

$$a_{prom} = \frac{0.0 \text{ m/s} - 2.20 \text{ m/s}}{4.2 \text{ s}} = -4.76 \text{ m/s}^2$$

Debido a que el tiempo se proporciona con sólo dos cifras significativas, la respuesta es -4.8 m/s^2.

2.3 [II] Un objeto parte del reposo con una aceleración constante de 8.00 m/s² a lo largo de una línea recta. Encuentre: *a*) la rapidez después de 5.00 s, *b*) la rapidez media para el intervalo de 5.00 s y *c*) la distancia total recorrida en los 5.00 s.

Note que interesa sólo el movimiento para los primeros 5.00 s. Considere la dirección del movimiento en dirección del eje x positivo (esto es, $s = x$). Se sabe que $v_i = 0$, $t = 5.00$ s y $a = 8.00 \text{ m/s}^2$. Ya que el movimiento es uniformemente acelerado pueden aplicarse las cinco ecuaciones de movimiento.

a) $$v_{fx} = v_{ix} + at = 0 + (8.00 \text{ m/s}^2)(5.00 \text{ s}) = 40.0 \text{ m/s}$$

b) $$a_{prom} = \frac{v_{ix} + v_{fx}}{2} = \frac{0 + 40.0}{2} \text{ m/s} = 20.0 \text{ m/s}$$

c) $$x = v_{ix}t + \tfrac{1}{2}at^2 = 0 + \tfrac{1}{2}(8.00 \text{ m/s}^2)(5.00 \text{ s})^2 = 100 \text{ m} \quad \text{o} \quad x = v_{prom}t = (20.0 \text{ m/s})(5.00 \text{ s}) = 100 \text{ m}$$

2.4 [II] La rapidez de un camión se incrementa uniformemente desde 15 km/h hasta 60 km/h en 20 s. Determine: *a*) la rapidez promedio, *b*) la aceleración y *c*) la distancia recorrida, todo en unidades de metros y segundos.

Para los primeros 20 s de viaje, se toma la dirección del movimiento en la dirección $+x$ y se tiene:

$$v_{ix} = \left(15\ \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\right)\left(1\,000\ \frac{\text{m}}{\cancel{\text{km}}}\right)\left(\frac{1}{3\,600}\ \frac{\cancel{\text{h}}}{\text{s}}\right) = 4.17\ \text{m/s}$$

$$v_{fx} = 60\ \text{km/h} = 16.7\ \text{m/s}$$

a) $$v_{prom'} = \tfrac{1}{2}(v_{ix} + v_{fx}) = \tfrac{1}{2}(4.17 + 16.7)\ \text{m/s} = 10\ \text{m/s}$$

b) $$a = \frac{v_{fx} - v_{ix}}{t} = \frac{(16.7 - 4.17)\ \text{m/s}}{20\ \text{s}} = 0.63\ \text{m/s}^2$$

c) $$x = v_{prom}t = (10.4\ \text{m/s})(20\ \text{s}) = 208\ \text{m} = 0.21\ \text{km}$$

2.5 [II] El movimiento de un objeto a lo largo del eje x está graficado en la figura 2-1. Describa su movimiento.

La velocidad de un objeto en cualquier instante es igual a la pendiente de la gráfica desplazamiento-tiempo en el punto correspondiente a ese instante. Dado que la pendiente es cero desde exactamente $t = 0$ s hasta $t = 2.0$ s, el objeto permanece en reposo durante ese intervalo de tiempo. Cuando $t = 2.0$ s, el objeto inicia un movimiento en dirección del eje $+x$ con velocidad constante (la pendiente es positiva y constante). Para el intervalo de $t = 2.0$ s hasta $t = 4.0$ s,

$$v_{prom} = \text{pendiente} = \frac{\text{elevación}}{\text{tiempo}} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{3.0\ \text{m} - 0\ \text{m}}{4.0\ \text{s} - 2.0\ \text{s}} = \frac{3.0\ \text{m}}{2.0\ \text{s}} = 1.5\ \text{m/s}$$

Entonces, la velocidad promedio es $\vec{\mathbf{x}}_{prom} = 1.5\ \text{m/s}$ — DIRECCIÓN x POSITIVA.

a) $$v_{fy}^2 = v_{iy}^2 + 2ay = 0 + 2(9.81\ \text{m/s}^2)(50.0\ \text{m}) = 981\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

y por tanto, $v_f = 31.3$ m/s.

b) De la definición $a = (v_{fy} - v_{iy})/t$,

$$t = \frac{v_{fy} - v_{iy}}{a} = \frac{(31.3 - 0)\ \text{m/s}}{9.81\ \text{m/s}^2} = 3.19\ \text{s}$$

(Se podría haber considerado la dirección positiva *hacia arriba*. ¿Tendrían algún cambio los resultados?)

2.7 [II] Se deja caer una pelota, inicialmente en reposo, desde una altura de 50 m sobre el nivel del suelo. *a*) ¿Cuál será la rapidez de la pelota justo en el momento anterior al choque contra el suelo? *b*) ¿Cuánto tiempo requiere para llegar al suelo?

Si se ignora la fricción con el aire, la pelota se acelera uniformemente hasta llegar al suelo. Su aceleración se dirige hacia abajo y tiene un valor de 9.81 m/s². Tomando como positiva la dirección de la *caída*, para el recorrido se tiene:

$$y = 50.0\ \text{m} \qquad a = 9.81\ \text{m/s}^2 \qquad v_i = 0$$

TALLER 2

2.8 [II] Un esquiador parte del reposo y se desliza 9.0 m hacia abajo, por una pendiente, en 3.0 s. ¿Cuánto tiempo, después del inicio, el esquiador habrá adquirido una velocidad de 24 m/s? Considere la aceleración constante y la trayectoria recta.

Primero, es necesario determinar la aceleración del esquiador a partir de los datos relativos a los 3.0 s de viaje. Se considera la dirección del movimiento $+x$, para esto, se tiene $t = 3.0$ s, $v_{ix} = 0$ y $x = 9.0$ m. Entonces, $x = v_{ix}t + \frac{1}{2}at^2$ da:

$$a = \frac{2x}{t^2} = \frac{18\,\text{m}}{(3.0\,\text{s})^2} = 2.0\,\text{m/s}^2$$

Ahora bien, este valor de a puede emplearse para el recorrido mayor, desde el punto de partida hasta el lugar donde $v_{fx} = 24$ m/s. Para este recorrido, $v_{ix} = 0$, $v_{fx} = 24$ m/s, $a = 2.0$ m/s^2. Entonces, de $v_f = v_i + at$, se obtiene

$$t = \frac{v_{fx} - v_{ix}}{a} = \frac{24\text{ m/s}}{2.0\text{ m/s}^2} = 12\text{ s}$$

2.9 [II] Un autobús que se mueve en línea recta con rapidez de 20 m/s comienza a detenerse a razón de 3.0 m/s cada segundo. Encuentre cuánto se desplaza antes de detenerse.

Se considera que la dirección del movimiento es en la dirección del eje $+x$. Para el trayecto considerado, se tiene $v_i = 20$ m/s, $v_f = 0$ m/s, $a = -3.0$ m/s^2. Note que el autobús no incrementó su rapidez en la dirección del movimiento. En lugar de eso, disminuyó su rapidez en la misma dirección, por lo que su aceleración es negativa (una desaceleración). Utilice

$$v_{fx}^2 = v_{ix}^2 + 2ax$$

para calcular
$$x = \frac{-(20\,\text{m/s})^2}{2(-3.0\,\text{m/s}^2)} = 67\,\text{m}$$

2.10 [II] Un automóvil que se mueve en un camino recto a 30 m/s disminuye su rapidez uniformemente hasta un valor de 10 m/s en un tiempo de 5.0 s. Determine: *a)* la aceleración del automóvil y *b)* la distancia que recorre en el tercer segundo.

Sea la dirección del movimiento en dirección del eje $+x$.

a) Para el intervalo de 5.0 s, se tiene $t = 5.0$ s, $v_{ix} = 30$ m/s, $v_f = 10$ m/s. Usando $v_{fx} = v_{ix} + at$ se encuentra que

$$a = \frac{(10 - 30)\text{ m/s}}{5.0\text{ s}} = -4.0\text{ m/s}^2$$

b)
$$x = (\text{distancia recorrida en 3.0 s}) - (\text{distancia recorrida en 2.0 s})$$
$$x = (v_{ix}t_3 + \tfrac{1}{2}at_3^2) - (v_{ix}t_2 + \tfrac{1}{2}at_2^2)$$
$$x = v_{ix}(t_3 - t_2) + \tfrac{1}{2}a(t_3^2 - t_2^2)$$

Con $v_{ix} = 30$ m/s, $a = -4.0$ m/s^2, $t_2 = 2.0$ s, $t_3 = 3.0$, se obtiene

$$x = (30\text{ m/s})(1.0\text{ s}) - (2.0\text{ m/s}^2)(5.0\text{ s}^2) = 20\text{ m}$$

2.11 [II] La rapidez de un tren se reduce uniformemente desde 15 m/s hasta 7.0 m/s al recorrer una distancia de 90 m. *a)* Calcule la aceleración. *b)* ¿Qué distancia recorrerá el tren antes de alcanzar el reposo, si se considera que la aceleración permanece constante?

Suponga la dirección del movimiento en la dirección $+x$.

a) Se tiene que $v_{ix} = 15$ m/s, $v_{fx} = 7.0$ m/s, $x = 90$ m. Entonces $v_{fx}^2 = v_{ix}^2 + 2ax$ da

$$a = -0.98\text{ m/s}^2$$

b) Ahora, las nuevas condiciones son $v_{ix} = 7.0$ m/s, $v_f = 0$, $a = -0.98$ m/s^2. Por consiguiente

$$v_{fx}^2 = v_{ix}^2 + 2ax$$

nos da
$$x = \frac{0 - (7.0\,\text{m/s})^2}{-1.96\,\text{m/s}^2} = 25\text{ m}$$

2.14 [II] Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba en la Luna y regresa a su punto de partida en 4.0 s. La aceleración debida a la gravedad en ese lugar es de 1.60 m/s². Encuentre la rapidez inicial.

Considere el *ascenso* como positivo. Para el recorrido de principio a fin, $y = 0$ (el punto de partida y el punto final son los mismos), $a = -1.60\ \text{m/s}^2$, $t = 4.0$ s. Utilice $y = v_{iy}t + \frac{1}{2}at^2$ para calcular

$$0 = v_{iy}(4.0\ \text{s}) + \tfrac{1}{2}(-1.60\ \text{m/s}^2)(4.0\ \text{s})^2$$

de donde $v_{iy} = 3.2\ \text{m/s}$.

2.15 [III] Se lanza una pelota de béisbol verticalmente hacia arriba en la superficie lunar con una rapidez inicial de 35 m/s. Calcule: *a*) la máxima altura que alcanza la pelota, *b*) el tiempo que tarda en alcanzar esa altura, *c*) su velocidad 30 s después de lanzarse y *d*) cuándo la pelota está a 100 m de altura.

Considere el *ascenso* como positivo. En el punto más alto, la velocidad de la pelota es cero.

a) Ya que $g = 1.60\ \text{m/s}^2$ en la Luna, y dado que $v_{fy}^2 = v_{iy}^2 + 2ay$, se tiene

$$0 = (35\ \text{m/s})^2 + 2(-1.60\ \text{m/s}^2)y \qquad \text{o} \qquad y = 0.38\ \text{km}$$

b) De $v_{fy} = v_{iy} + at$ se tiene

$$0 = 35\ \text{m/s} + (-1.60\ \text{m/s}^2)t \qquad \text{o} \qquad t = 22\ \text{s}$$

c) De $v_{fy} = v_{iy} + at$ se tiene

$$v_{fy} = 35\ \text{m/s} + (-1.60\ \text{m/s}^2)(30\ \text{s}) \qquad \text{o} \qquad v_{fy} = -13\ \text{m/s}$$

El signo negativo se debe a que se consideró el *ascenso* como positivo y la velocidad v_f se dirige hacia abajo. La pelota desciende en $t = 30$ s.

d) Ya que $y = v_{iy}t + \frac{1}{2}at^2$ se tiene

$$100\ \text{m} = (35\ \text{m/s})t + \tfrac{1}{2}(-1.60\ \text{m/s}^2)t^2 \qquad \text{o} \qquad 0.80t^2 - 35t + 100 = 0$$

Por el uso de la fórmula cuadrática,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

se encuentra que $t = 3.1$ s y 41 s. En $t = 3.1$ s la pelota está a 100 m de altura en el ascenso y en $t = 41$ s tiene la misma altura pero en el descenso.

2.16 [III] Desde un globo que está a 300 m sobre el suelo y se eleva a 13 m/s, se deja caer una bolsa de lastre. Para la bolsa, encuentre: *a*) la altura máxima que alcanza, *b*) su posición y velocidad después de 5.0 s de haberse desprendido y *c*) el tiempo que tarda en bajar y golpear el suelo.

La velocidad inicial de la bolsa cuando se suelta es la misma que la del globo, 13 m/s en ascenso. El *ascenso* se considera como positivo y $y = 0$ en el punto del desprendimiento.

a) En el punto más alto, $v_f = 0$. De $v_{fy}^2 = v_{iy}^2 + 2ay$,

$$0 = (13 \text{ m/s})^2 + 2(-9.81 \text{ m/s}^2)y \qquad \text{o} \qquad y = 8.6 \text{ m}$$

La máxima altura es 300 + 8.6 m = 308.6 m o 0.31 km.

b) El punto final se toma en la posición para $t = 5.0$ s. Entonces, de la ecuación $y = v_{iy}t + \frac{1}{2}at^2$,

$$y = (13 \text{ m/s})(5.0 \text{ s}) + \tfrac{1}{2}(-9.81 \text{ m/s}^2)(5.0 \text{ s})^2 = -57.5 \text{ m o } -58 \text{ m}$$

Así que la altura es de 300 − 58 = 242 m. También de la ecuación $v_{fy} = v_{iy} + at$,

$$v_{fy} = 13 \text{ m/s} + (-9.81 \text{ m/s}^2)(5.0 \text{ s}) = -36 \text{ m/s}$$

Es decir, la bolsa de lastre en su trayectoria de caída HACIA ABAJO tiene una velocidad de 36 m/s.

c) En el instante anterior al choque contra el suelo, el desplazamiento de la bolsa es de −300 m. Entonces

$$y = v_{iy}t + \tfrac{1}{2}at^2 \quad \text{da} \quad -300 \text{ m} = (13 \text{ m/s})t + \tfrac{1}{2}(-9.81 \text{ m/s}^2)t^2$$

o $4.90\,t^2 - 13t - 300 = 0$. De la fórmula cuadrática se determina que $t = 9.3$ s y −6.6 s. Sólo el valor positivo del tiempo tiene significado físico, así que la respuesta es 9.3 s.

Se podría haber evitado la fórmula cuadrática al determinar primero v_f:

$$v_{fy}^2 = v_{iy}^2 + 2as \quad \text{da} \quad v_{fy}^2 = (13 \text{ m/s})^2 + 2(-9.81 \text{ m/s}^2)(-300 \text{ m})$$

de donde $v_{fy} = \pm 77.8$ m/s. Entonces, con el valor negativo de v_{fy} (¿por qué?) en $v_{fy} = v_{iy} + at$, se obtiene $t = 9.3$ s, como anteriormente.

c) La velocidad final tiene una componente horizontal de 30 m/s, pero su componente vertical al tiempo $t = 4.04$ s está dada por $v_{fy} = v_{iy} + a_y t$, así que

$$v_{fy} = 0 + (-9.8 \text{ m/s}^2)(4.04 \text{ s}) = -40 \text{ m/s}$$