Sistemas conservativos y no conservativos. Aplicaciones Choques: elásticos e inelásticos. Factor de colisión (Q). Aplicaciones.

IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO 8

LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO LINEAL ($\vec{\mathbf{p}}$) de un cuerpo se define como el producto de su masa (m) por su velocidad ($\vec{\mathbf{x}}$):

Cantidad de movimiento lineal = (masa del cuerpo) (velocidad del cuerpo)

$$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{x}}$$

La cantidad de movimiento es una cantidad vectorial cuya dirección es la del vector velocidad. Las unidades en el SI de la cantidad de movimiento son kg · m/s.

EL IMPULSO se define como el producto de la fuerza ($\vec{\mathbf{F}}$) por el intervalo de tiempo (Δt) en el que actúa la fuerza:

Impulso = (fuerza) (tiempo en el que actúa la fuerza)

El impulso es una cantidad vectorial cuya dirección es la misma que la de la fuerza. Sus unidades son N·s en el SI.

UN IMPULSO CAUSA UN CAMBIO EN LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO: El cambio en la cantidad de movimiento producido por un impulso es igual al impulso en magnitud y dirección. De esta manera, si una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$ actúa durante un tiempo Δt sobre un cuerpo de masa m, su velocidad cambia desde un valor inicial $\vec{\mathbf{x}}_i$ hasta un valor final $\vec{\mathbf{x}}_f$, o sea

Impulso = cambio en la cantidad de movimiento

$$\vec{\mathbf{F}}\ \Delta t = m(\vec{\mathbf{x}}_f - \vec{\mathbf{x}}_i)$$

La segunda ley de Newton, como él la postuló, es $\vec{\mathbf{F}} = \Delta\vec{\mathbf{p}}/\Delta t$, de lo cual se deduce que $\vec{\mathbf{F}}\ \Delta t = \Delta\vec{\mathbf{p}}$. Es más, $\vec{\mathbf{F}}\,\Delta t = \Delta(m\vec{\mathbf{x}})$ y, si m es constante, $\vec{\mathbf{F}}\,\Delta t = m(\vec{\mathbf{x}}_f - \vec{\mathbf{x}}_i)$.

CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO LINEAL: Si la fuerza externa neta que actúa sobre un sistema de objetos es cero, entonces la suma vectorial de las cantidades de movimiento de los objetos permanece constante.

EN COLISIONES (CHOQUES) Y EXPLOSIONES la suma vectorial de las cantidades de movimiento justo antes del evento es igual a la suma vectorial de las cantidades de movimiento inmediatamente después del evento. La suma vectorial de las cantidades de movimiento de los objetos involucrados no cambia durante el choque o explosión.

Por ende, cuando dos cuerpos de masas m_1 y m_2 chocan,

Cantidad de movimiento total antes del impacto = cantidad de movimiento total después del impacto

$$m_1\vec{\mathbf{u}}_1 + m_2\vec{\mathbf{u}}_2 = m_1\vec{\mathbf{x}}_1 + m_2\vec{\mathbf{x}}_2$$

donde $\vec{\mathbf{u}}_1$ y $\vec{\mathbf{u}}_2$ son las velocidades antes del impacto, y $\vec{\mathbf{x}}_1$ y $\vec{\mathbf{x}}_2$ son las velocidades después del choque. En una dimensión, en forma de componentes,

$$m_1u_{1x} + m_2u_{2x} = m_1v_{1x} + m_2v_{2x}$$

y similarmente para las componentes y y z. Recuerde que las cantidades vectoriales siempre se imprimen en negritas y que la velocidad es un vector. Por otra parte, u_{1x}, u_{2x}, v_{1x} y v_{2x} son los valores escalares de las velocidades (pueden ser positivos o negativos). Inicialmente, se selecciona una dirección positiva y los vectores que apuntan en dirección opuesta a ésta tienen valores escalares numéricos negativos.

UNA COLISIÓN PERFECTAMENTE ELÁSTICA es aquella en la cual la suma de la EC traslacional de los objetos no cambia durante la colisión. En el caso de dos cuerpos

$$\tfrac{1}{2}m_1u_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2u_2^2 = \tfrac{1}{2}m_1v_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_2^2$$

COEFICIENTE DE RESTITUCIÓN: Para cualquier colisión entre dos cuerpos en la que los cuerpos se mueven sólo a lo largo de una línea recta (por ejemplo, el eje x), el **coeficiente de restitución** e está definido. Es un simple número dado por

$$e = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{u_{1x} - u_{2x}}$$

donde u_{1x} y u_{2x} son valores antes del impacto y v_{1x} y v_{2x} son valores después del impacto. Observe que $|u_{1x} - u_{2x}|$ es la rapidez relativa de aproximación y $|v_{2x} - v_{1x}|$ es la rapidez relativa de retroceso.

Para una colisión perfectamente elástica, $e = 1$. Para una colisión inelástica, $e < 1$. Si los cuerpos permanecen unidos después de la colisión, $e = 0$.

EL CENTRO DE MASA de un objeto (de masa m) es el único punto que se desplaza de la misma manera que se movería una masa puntual (de masa m) cuando se somete a la misma fuerza externa que actúa sobre el objeto. Esto es, si la fuerza resultante que actúa sobre un objeto (o sistema de objetos) de masa m es $\vec{\mathbf{F}}$, la aceleración del centro de masa del objeto (o sistema) está dada por $\vec{\mathbf{a}}_{cm} = \vec{\mathbf{F}}/m$.

Si el objeto se considera formado por pequeñas masas m_1, m_2, m_3, y así sucesivamente, con coordenadas (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), etcétera, entonces las coordenadas del centro de masa están dadas por

$$x_{\text{cm}} = \frac{\Sigma x_i m_i}{\Sigma m_i} \qquad y_{\text{cm}} = \frac{\Sigma y_i m_i}{\Sigma m_i} \qquad z_{\text{cm}} = \frac{\Sigma z_i m_i}{\Sigma m_i}$$

donde las sumas se extienden sobre todas las masas que componen el objeto. En un campo gravitacional uniforme el centro de masa y el centro de gravedad coinciden.

PROBLEMAS RESUELTOS

8.1 [II] Una bala de 8.0 g se dispara horizontalmente hacia el interior de un cubo de madera de 9.00 kg, que está en reposo, y se clava en él. El cubo, que puede moverse libremente, adquiere una velocidad de 40 cm/s después del impacto. Encuentre la velocidad inicial de la bala.

Considere el sistema (cubo + bala). La velocidad, y por consiguiente la cantidad de movimiento del cubo es cero antes del impacto. Considere que el movimiento inicial de la bala es positivo en la dirección positiva x. La ley de conservación de la cantidad de movimiento establece que

Cantidad de movimiento del sistema antes del impacto =
cantidad de movimiento del sistema después del impacto
(cantidad de movimiento de la bala) + (cantidad de movimiento del cubo) =
(cantidad de movimiento de la bala + el cubo)

$$m_B v_{Bx} + m_C v_{Cx} = (m_B + m_C) v_x$$

$$(0.0080 \text{ kg}) v_{Bx} + 0 = (9.008 \text{ kg})(0.40 \text{ m/s})$$

Al resolver se obtiene $v_{Bx} = 0.45$ km/s, por tanto, $\vec{\mathbf{v}}_B = 0.45$ km/s — DIRECCIÓN x POSITIVA.

8.2 [II] Una masa de 16 g se mueve en la dirección $+x$ a 30 cm/s, mientras una masa de 4.0 g se mueve en la dirección $-x$ a 50 cm/s. Chocan de frente y quedan unidas. Encuentre la velocidad del sistema después de la colisión.

Sea m_1 la masa de 16 g y m_2 la de 4.0 g. Tome la dirección $+x$ como positiva. Esto significa que la velocidad de la masa de 4.0 g tiene un valor escalar de $v_{2x} = -50$ cm/s. Se aplica la ley de conservación de la cantidad de movimiento al sistema formado por las dos masas:

Cantidad de movimiento antes del impacto = cantidad de movimiento después del impacto

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = (m_1 + m_2) v_x$$

$$(0.016 \text{ kg})(0.30 \text{ m/s}) + (0.0040 \text{ kg})(-0.50 \text{ m/s}) = (0.020 \text{ kg}) v_x$$

$$v_x = +0.14 \text{ m/s}$$

(Note que la masa de 4.0 g tiene una cantidad de movimiento negativa.) Por tanto, $\vec{\mathbf{v}} = 0.14$ m/s — DIRECCIÓN x POSITIVA.

8.3 [I] Un ladrillo de 2.0 kg se mueve con una rapidez de 6.0 m/s. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza F que se necesita para detener al ladrillo en un tiempo de 7.0×10^{-4} s?

El problema puede resolverse aplicando la ecuación de impulso:

Impulso sobre el ladrillo = cambio en la cantidad de movimiento del ladrillo

$$F\,\Delta t = mv_f - mv_i$$
$$F(7.0 \times 10^{-4}\ \text{s}) = 0 - (2.0\ \text{kg})(6.0\ \text{m/s})$$

de donde $F = -1.7 \times 10^4$ N. El signo negativo indica que la fuerza se opone al movimiento.

8.4 [II] Una bala de 15 g que se mueve a 300 m/s pasa a través de una placa de plástico de 2.0 cm de espesor y sale con una rapidez de 90 m/s. Si supone que el cambio de rapidez tiene lugar de manera uniforme, ¿cuál es la fuerza promedio que impide el movimiento de la bala al pasar a través de la placa de plástico?

Se aplica la ecuación de impulso para calcular la F sobre la bala considerando el tiempo Δt como el necesario para pasar a través del plástico. Se toma como positiva la dirección inicial del movimiento,

$$F\,\Delta t = mv_f - mv_i$$

Para calcular el tiempo Δt considere una desaceleración uniforme y use $x = v_{prom}t$, donde $x = 0.020$ m y $v_{prom} = \frac{1}{2}(v_i + v_f) = 195$ m/s. De donde $\Delta t = 1.026 \times 10^{-4}$ s. Entonces

$$(F)(1.026 \times 10^{-4}\ \text{s}) = (0.015\ \text{kg})(90\ \text{m/s}) - (0.015\ \text{kg})(300\ \text{m/s})$$

con lo que se obtiene $F = -3.1 \times 10^4$ N como fuerza promedio retardadora. (¿Podría resolverse este problema utilizando $F = ma$ en lugar de la ecuación de impulso? ¿Empleando métodos que involucren energía?)

8.5 [II] El núcleo de un átomo tiene una masa de 3.80×10^{-25} kg y se encuentra en reposo. El núcleo es radiactivo y repentinamente emite una partícula de 6.6×10^{-27} kg de masa y 1.5×10^7 m/s de rapidez. Calcule la rapidez de retroceso del núcleo que queda detrás.

Se toma la dirección de la partícula emitida como positiva. Se da $m_{ni} = 3.80 \times 10^{-25}$ kg, $m_p = 6.6 \times 10^{-27}$ kg, $m_{nf} = m_{ni} - m_p = 3.73 \times 10^{-25}$ kg y $v_{pf} = 1.5 \times 10^7$ m/s; encuentre la rapidez final del núcleo, v_{nf}. La cantidad de movimiento del sistema se conserva durante la explosión.

Cantidad de movimiento antes = cantidad de movimiento después

$$0 = m_{nf}v_{nf} + m_p v_{pf}$$
$$0 = (3.73 \times 10^{-25}\ \text{kg})(v_{nf}) + (6.6 \times 10^{-27}\ \text{kg})(1.5 \times 10^7\ \text{m/s})$$

Al resolver da

$$-v_{nf} = \frac{(6.6 \times 10^{-27}\ \text{kg})(1.5 \times 10^7\ \text{m/s})}{3.73 \times 10^{-25}\ \text{kg}} = \frac{10.0 \times 10^{-20}}{3.73 \times 10^{-25}} = 2.7 \times 10^5\ \text{m/s}$$

El hecho de que ésta sea negativa indica que el vector velocidad del núcleo apunta en la dirección negativa, opuesto a la velocidad de la partícula.

8.6 [II] Una pelota de 0.25 kg se mueve a 13 m/s en la dirección $+x$ cuando es golpeada por un bat. Su velocidad final es de 19 m/s en la dirección $-x$. El bat actúa sobre la pelota durante 0.010 s. Calcule la fuerza promedio F que ejerce el bat sobre la pelota.

Se tiene $v_i = 13$ m/s y $v_f = -19$ m/s. Tomando la dirección inicial del movimiento como positiva, de la ecuación de impulso se tiene

$$F\,\Delta t = mv_f - mv_i$$
$$F(0.010\ \text{s}) = (0.25\ \text{kg})(-19\ \text{m/s}) - (0.25\ \text{kg})(13\ \text{m/s})$$

de donde $F = -0.80$ kN.

8.7 [II] Dos muchachas, cuyas masas son m_1 y m_2, se encuentran en reposo sobre patines de ruedas, una cerca de la otra y frente a frente. La muchacha 1 empuja repentinamente a la muchacha 2 y la pone en movimiento hacia atrás. Si supone que las muchachas se deslizan libremente sobre sus patines, escriba una expresión para la rapidez con la que se mueve la muchacha 1.

Se considera a las dos muchachas como el sistema a estudiar. El problema establece que la muchacha 2 se mueve "hacia atrás"; sea ésta la dirección negativa. Por tanto, la dirección "hacia adelante" es positiva. Dado que no existe fuerza externa resultante sobre el sistema (el empujón de una muchacha sobre la otra es una fuerza interna), la cantidad de movimiento del sistema se conserva:

$$\text{Cantidad de movimiento antes} = \text{cantidad de movimiento después}$$

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

de donde

$$v_1 = -\frac{m_2}{m_1} v_2$$

La muchacha 1 retrocede con esta rapidez. Note que, si m_2/m_1 es muy grande, entonces v_1 es mucho más grande que v_2. La velocidad de la muchacha 1, $\vec{\mathbf{v}}_1$, apunta en la dirección positiva (hacia adelante). La velocidad de la muchacha 2, $\vec{\mathbf{v}}_2$, apunta hacia la dirección negativa (hacia atrás). Si se pusiesen números en la ecuación, v_2 tendría que ser negativo y v_1 resultaría positivo.

8.8 [II] Como se muestra en la figura 8-1, una bala de 15 g se dispara horizontalmente hacia un bloque de madera de 3.000 kg que está suspendido de un cordel largo. La bala se incrusta en el bloque. Calcule la rapidez de la bala si, debido al impacto, el bloque se balancea y sube 10 cm por arriba de su nivel inicial.

Primero se considera la colisión del bloque y la bala. Durante la colisión, la cantidad de movimiento se conserva, de modo que

$$\text{Cantidad de movimiento justo antes} = \text{cantidad de movimiento justo después}$$

$$(0.015\ \text{kg})v + 0 = (3.015\ \text{kg})V$$

donde v es la rapidez inicial de la bala y V es la rapidez del bloque y la bala justo después de la colisión.

Se tienen dos incógnitas en esta ecuación. Para encontrar otra ecuación, se puede utilizar el hecho de que el bloque, al balancearse, sube 10 cm. Si se toma $EP_G = 0$ para el nivel inicial del bloque, por conservación de energía

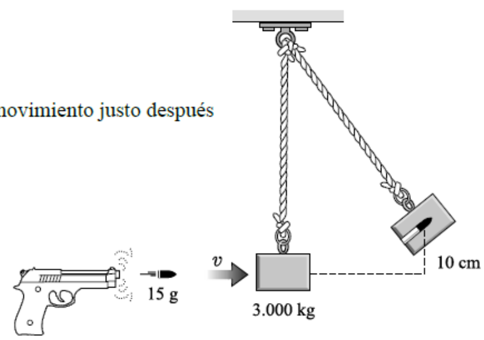

Figura 8-1

$$\text{EC justo después de la colisión} = EP_G \text{ final}$$

$$\tfrac{1}{2}(3.015\ \text{kg})V^2 = (3.015\ \text{kg})(9.81\ \text{m/s}^2)(0.10\ \text{m})$$

De donde se determina que $V = 1.40$ m/s. Al sustituir esto en la ecuación anterior se obtiene $v = 0.28$ km/s para la rapidez de la bala.

Observe que no se puede escribir la ecuación de conservación de la energía $\frac{1}{2}mv^2 = (m + M)gh$, donde $m = 0.015$ kg y $M = 3.000$ kg, pues en el proceso de la colisión se pierde energía (a través de la fricción).

8.9 [I] Tres masas se colocan sobre el eje x: 200 g en $x = 0$, 500 g en $x = 30$ cm y 400 g en $x = 70$ cm. Encuentre su centro de masa.

$$x_{cm} = \frac{\Sigma x_i m_i}{\Sigma m_i} = \frac{(0)(0.20\ \text{kg}) + (0.30\ \text{m})(0.50\ \text{kg}) + (0.70\ \text{m})(0.40\ \text{kg})}{(0.20 + 0.50 + 0.40)\ \text{kg}} = 0.39\ \text{m}$$

Las coordenadas y y z del centro de masa son cero.

8.10 [II] Un sistema en el plano xy lo constituyen las siguientes masas: 4.0 kg en las coordenadas ($x = 0$, $y = 5.0$ m), 7.0 kg en (3.0 m, 8.0 m) y 5.0 kg en (−3.0 m, −6.0 m). Determine la posición de su centro de masa.

$$x_{cm} = \frac{\Sigma x_i m_i}{\Sigma m_i} = \frac{(0)(4.0 \text{ kg}) + (3.0 \text{ m})(7.0 \text{ kg}) + (-3.0 \text{ m})(5.0 \text{ kg})}{(4.0 + 7.0 + 5.0) \text{ kg}} = 0.38 \text{ m}$$

$$y_{cm} = \frac{\Sigma y_i m_i}{\Sigma m_i} = \frac{(5.0 \text{ m})(4.0 \text{ kg}) + (8.0 \text{ m})(7.0 \text{ kg}) + (-6.0 \text{ m})(5.0 \text{ kg})}{16 \text{ kg}} = 2.9 \text{ m}$$

y $z_{cm} = 0$.

8.11 [II] Dos carros de ferrocarril idénticos están sobre un riel horizontal, con una distancia D entre sus centros. Por medio de un cable entre los dos, se usa un malacate en uno de ellos para juntarlos. *a*) Describa su movimiento relativo. *b*) Repita el análisis si la masa de uno de los carros es tres veces la masa del otro.

Las fuerzas debidas al cable sobre los dos carros son fuerzas internas para el sistema de ambos carros. La fuerza externa neta sobre el sistema es cero, por lo que su centro de masa no se mueve, aun cuando cada carro se mueva hacia el otro. Tomando el origen del sistema de coordenadas en el centro de masa, se tiene

$$x_{cm} = 0 = \frac{\Sigma m_i x_i}{\Sigma m_i} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

donde x_1 y x_2 son las posiciones de los centros de los dos carros.

a) Si $m_1 = m_2$, esta ecuación se reduce a

$$0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad \text{o bien} \qquad x_1 = -x_2$$

Ambos carros se aproximan al centro de masa, el cual está originalmente a la mitad del camino entre los dos carros (esto es, a $D/2$ de cada uno), en tal forma que sus centros siempre están equidistantes de él.

b) Si $m_1 = 3m_2$, entonces se tiene

8.13 [II] Dos pelotas de igual masa se aproximan al origen del sistema de coordenadas: una moviéndose hacia abajo a lo largo del eje $+y$ a 2.00 m/s y la otra hacia la derecha a lo largo del eje $-x$ a 3.00 m/s. Después de chocar, una de las pelotas se mueve hacia la derecha a 1.20 m/s a lo largo del eje $+x$. Calcule las componentes escalares de la velocidad de la otra pelota.

Se toman como positivas las direcciones *arriba* y *derecha*. Como la cantidad de movimiento se conserva en la colisión, se puede escribir

$$(\text{cantidad de movimiento antes})_x = (\text{cantidad de movimiento después})_x$$

o
$$m(3.0 \text{ m/s}) + 0 = m(1.20 \text{ m/s}) + m v_x$$

y
$$(\text{cantidad de movimiento antes})_y = (\text{cantidad de movimiento después})_y$$

o
$$0 + m(-2.00 \text{ m/s}) = 0 + m v_y$$

(¿Por qué el signo menos?) Al resolver, se encuentra que $v_x = 1.80$ m/s y que $v_y = -2.00$ m/s.

8.14 [III] Un camión de 7 500 kg que viaja a 5.0 m/s hacia el este choca con un automóvil de 1 500 kg que se mueve a 20 m/s en dirección 30° suroeste. Después de la colisión, los dos vehículos quedan unidos. ¿Con qué rapidez y en qué dirección se mueven los vehículos después del impacto?

Las cantidades de movimiento originales se muestran en la figura 8-3*a*, mientras que la cantidad de movimiento final $M\vec{v}$ se muestra en la figura 8-3*b*. La cantidad de movimiento se conserva en ambas direcciones, norte y este. Por tanto,

$$(\text{cantidad de movimiento antes})_{este} = (\text{cantidad de movimiento después})_{este}$$

$$(7\,500 \text{ kg})(5.0 \text{ m/s}) - (1\,500 \text{ kg})[(20 \text{ m/s}) \cos 30°] = M v_E$$

donde $M = 7\,500 \text{ kg} + 1\,500 \text{ kg} = 9\,000$ kg, y v_E es la componente escalar hacia el este de la velocidad de los vehículos (vea la figura 8-3*b*).

$$(\text{cantidad de movimiento antes})_{\text{norte}} = (\text{cantidad de movimiento después})_{\text{norte}}$$

$$(7\,500 \text{ kg})(0) - (1\,500 \text{ kg})[(20 \text{ m/s}) \text{ sen } 30°] = Mv_N$$

De la primera ecuación se tiene que $v_E = 1.28$ m/s, y de la segunda se obtiene $v_N = -1.67$ m/s. La velocidad resultante es

$$v = \sqrt{(1.67 \text{ m/s})^2 + (1.28 \text{ m/s})^2} = 2.1 \text{ m/s}$$

El ángulo θ que se muestra en la figura 8-3*b* es

$$\theta = \arctan\left(\frac{1.67}{1.28}\right) = 53°$$

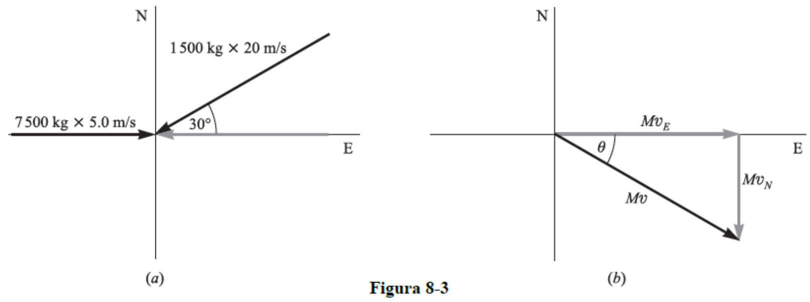

Figura 8-3

8.15 [III] Dos pelotas idénticas chocan de frente. La velocidad inicial de una es 0.75 m/s — HACIA EL ESTE, mientras que la de la otra es 0.43 m/s — HACIA EL OESTE. Si el choque es perfectamente elástico, ¿cuál es la velocidad final de cada pelota?

Debido a que el choque es frontal, todo el movimiento se lleva a cabo en una línea recta. Tome el este como la dirección positiva y sea m la masa de cada pelota. En un choque se conserva la cantidad de movimiento, así que puede escribirse

$$\text{Cantidad de movimiento antes} = \text{cantidad de movimiento después}$$

$$m(0.75 \text{ m/s}) + m(-0.43 \text{ m/s}) = mv_1 + mv_2$$

donde v_1 y v_2 son los valores finales. Esta ecuación se simplifica a

$$0.32 \text{ m/s} = v_1 + v_2 \qquad (1)$$

Ya que la colisión es perfectamente elástica, la EC también se conserva. Así que,

$$\text{EC antes} = \text{EC después}$$

$$\tfrac{1}{2}m(0.75 \text{ m/s})^2 + \tfrac{1}{2}m(0.43 \text{ m/s})^2 = \tfrac{1}{2}mv_1^2 + \tfrac{1}{2}mv_2^2$$

Esta ecuación se simplifica a

$$0.747 = v_1^2 + v_2^2 \qquad (2)$$

Al despejar v_2 en (1) se tiene $v_2 = 0.32 - v_1$, y esto se sustituye en (2). Esto produce

$$0.747 = (0.32 - v_1)^2 + v_1^2$$

con lo cual

$$2v_1^2 - 0.64v_1 - 0.645 = 0$$

Utilizando la fórmula cuadrática, se obtiene

$$v_1 = \frac{0.64 \pm \sqrt{(0.64)^2 + 5.16}}{4} = 0.16 \pm 0.59 \text{ m/s}$$

de donde $v_1 = 0.75$ m/s o bien -0.43 m/s. Sustituyendo en la ecuación (1) se obtiene $v_2 = -0.43$ m/s o 0.75 m/s.

Existen dos soluciones posibles:

$$(v_1 = 0.75\ \text{m/s},\ v_2 = -0.43\ \text{m/s}) \qquad \text{y} \qquad (v_1 = -0.43\ \text{m/s},\ v_2 = 0.75\ \text{m/s})$$

La primera posibilidad debe descartarse porque implica que las pelotas continúan su movimiento sin interactuar; esto significa que no ocurre choque. Por ende, la respuesta correcta es $v_1 = -0.43$ m/s y $v_2 = 0.75$ m/s, lo cual significa que, en un choque frontal perfectamente elástico entre masas iguales, los dos cuerpos intercambian sus velocidades. En consecuencia, $\vec{v}_1 = 0.43$ m/s — HACIA EL OESTE y $\vec{v}_2 = 0.75$ m/s — HACIA EL ESTE.

Método alternativo

Si recuerda que $e = 1$ para un choque frontal perfectamente elástico, entonces

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} \qquad \text{se convierte en} \qquad 1 = \frac{v_2 - v_1}{(0.75\ \text{m/s}) - (-0.43\ \text{m/s})}$$

lo cual da

$$v_2 - v_1 = 1.18\ \text{m/s} \tag{3}$$

Las ecuaciones (1) y (3) determinan v_1 y v_2 en forma única.

8.16 [III] Una pelota de 1.0 kg que se mueve a 12 m/s choca frontalmente con una pelota de 2.0 kg que se desplaza a 24 m/s en la misma dirección pero en sentido contrario. Encuentre la velocidad de cada una de las pelotas después del impacto si *a)* $e = 2/3$, *b)* las pelotas quedan unidas y *c)* el choque es perfectamente elástico.

Para los tres casos, la cantidad de movimiento se conserva y así se puede escribir

$$\text{Cantidad de movimiento antes} = \text{cantidad de movimiento después}$$

$$(1.0\ \text{kg})(12\ \text{m/s}) + (2.0\ \text{kg})(-24\ \text{m/s}) = (1.0\ \text{kg})v_1 + (2.0\ \text{kg})v_2$$

La cual se convierte en

$$-36\ \text{m/s} = v_1 + 2v_2$$

a) Cuando $e = 2/3$,

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} \qquad \text{se convierte en} \qquad \frac{2}{3} = \frac{v_2 - v_1}{(12\ \text{m/s}) - (-24\ \text{m/s})}$$

de donde 24 m/s $= v_2 - v_1$. Al combinar ésta con la ecuación de cantidad de movimiento encontrada anteriormente se obtiene $v_2 = -4.0$ m/s y $v_1 = -28$ m/s.

b) En este caso $v_1 = v_2 = v$, y así la ecuación de cantidad de movimiento se transforma en

$$3v = -36\ \text{m/s} \qquad \text{o} \qquad v = -12\ \text{m/s}$$

c) Aquí $e = 1$, y por tanto

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} \qquad \text{se convierte en} \qquad 1 = \frac{v_2 - v_1}{(12\ \text{m/s}) - (-24\ \text{m/s})}$$

de donde $v_2 - v_1 = 36$ m/s. Al sumar esto a la de cantidad de movimiento se obtiene $v_2 = 0$. Utilizando este valor para v_2, se produce $v_1 = -36$ m/s.

8.17 [III] Se deja caer una pelota desde una altura h sobre un piso de loseta y rebota a una altura de $0.65h$. Encuentre el coeficiente de restitución entre la pelota y el piso.

Las velocidades inicial y final del piso, u_1 y v_1, son cero. Por tanto,

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} = -\frac{v_2}{u_2}$$

Pero se pueden escribir ecuaciones para el intercambio de EP_G y EC tanto antes como después del rebote:

$$mgh = \tfrac{1}{2}mu_2^2 \qquad \text{y} \qquad mg(0.65h) = \tfrac{1}{2}mv_2^2$$

En consecuencia, si se considera *hacia abajo* como positivo, $u_2 = \sqrt{2gh}$ y $v_2 = -\sqrt{1.30gh}$. La sustitución produce

$$e = \frac{\sqrt{1.30gh}}{\sqrt{2gh}} = \sqrt{0.65} = 0.81$$

8.18 [III] Las dos bolas que se muestran en la figura 8-4 chocan fuera de sus centros y rebotan como se muestra. *a)* ¿Cuál es la velocidad final de la bola de 500 g si la bola de 800 g tiene una rapidez de 15 cm/s después del choque? *b)* ¿La colisión es perfectamente elástica?

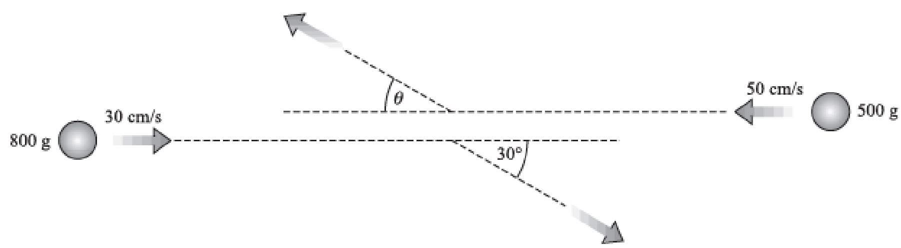

Figura 8-4

a) Se toma como positivo el movimiento a la derecha. A partir de la ley de conservación de la cantidad de movimiento,

$$(\text{cantidad de movimiento antes})_x = (\text{cantidad de movimiento después})_x$$
$$(0.80\text{ kg})(0.30\text{ m/s}) + (0.50\text{ kg})(-0.5\text{ m/s}) = (0.80\text{ kg})[(0.15\text{ m/s})\cos 30°] + (0.50\text{ kg})v_x$$

de donde $v_x = -0.228$ m/s. Tomando la dirección hacia arriba como positiva

$$(\text{cantidad de movimiento antes})_y = (\text{cantidad de movimiento después})_y$$
$$0 = (0.80\text{ kg})[-(0.15\text{ m/s})\text{ sen } 30°] + (0.50\text{ kg})v_y$$

de donde v_y, = 0.120 m/s. Entonces

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-0.228\text{ m/s})^2 + (0.120\text{ m/s})^2} = 0.26\text{ m/s}$$

y V = 0.26 m/s — HACIA LA DERECHA.

Además, para el ángulo θ que se muestra en la figura 8-4,

$$\theta = \arctan\left(\frac{0.120}{0.228}\right) = 28°$$

b) EC total antes $= \tfrac{1}{2}(0.80\text{ kg})(0.30\text{ m/s})^2 + \tfrac{1}{2}(0.50\text{ kg})(0.50\text{ m/s})^2 = 0.099$ J

EC total después $= \tfrac{1}{2}(0.80\text{ kg})(0.15\text{ m/s})^2 + \tfrac{1}{2}(0.50\text{ kg})(0.26\text{ m/s})^2 = 0.026$ J

Puesto que en la colisión se pierde EC, ésta no es perfectamente elástica.