TALLER 4

**LAS FUERZAS CONCURRENTES** son todas las fuerzas cuyas líneas de acción pasan a través de un punto común. Las fuerzas que actúan sobre un objeto puntual son concurrentes porque todas ellas pasan a través del mismo punto, que es el objeto puntual.

**UN OBJETO ESTÁ EN EQUILIBRIO** bajo la acción de fuerzas concurrentes, siempre que no se esté acelerando.

**LA PRIMERA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO** requiere que $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = 0$, o bien, en forma de componentes, que

$$\Sigma F_x = \Sigma F_y = \Sigma F_z = 0$$

Es decir, la resultante de todas las fuerzas externas que actúan sobre el objeto debe ser cero. Esta condición es suficiente para el equilibrio cuando las fuerzas externas son concurrentes. Una segunda condición debe satisfacerse si el objeto permanece en equilibrio bajo la acción de fuerzas no concurrentes; esto se estudiará en el capítulo 5.

**MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS (FUERZAS CONCURRENTES):**

1. Aísle el objeto por estudiar.
2. Muestre, en un diagrama, las fuerzas que actúan sobre el cuerpo aislado (*diagrama de cuerpo libre*).
3. Encuentre las componentes rectangulares de cada fuerza.
4. Escriba la primera condición de equilibrio en forma de ecuación.
5. Resuelva para determinar las cantidades requeridas.

**EL PESO DE UN OBJETO** ($\vec{\mathbf{F}}_W$) es la fuerza con que la gravedad tira al cuerpo hacia abajo.

**LA FUERZA DE TENSIÓN** ($\vec{\mathbf{F}}_T$) es la fuerza que actúa sobre una cuerda, un cable o una cadena (o, de hecho, sobre cualquier miembro estructural) y que tiende a alargarlo. La magnitud escalar de la fuerza de tensión es la *tensión* ($F_T$).

**FUERZA DE FRICCIÓN** ($\vec{\mathbf{F}}_f$) es una fuerza tangencial que actúa sobre un objeto que se opone al deslizamiento del objeto a través de una superficie adyacente con la que está en contacto. La fuerza de fricción es paralela a la superficie y opuesta, en sentido, a su movimiento o del movimiento inminente.

**LA FUERZA NORMAL** ($\vec{\mathbf{F}}_N$) sobre un objeto que descansa por una superficie es la componente de la fuerza de soporte que es perpendicular a la superficie.

**POLEAS:** Cuando un sistema de varias poleas ligeras sin fricción tiene una cuerda simple continua alrededor de él, la tensión en *cada trozo de la cuerda* es igual a la fuerza aplicada al extremo de la cuerda ($F$) por algún agente externo. Así, cuando la carga es soportada por $N$ trozos de esta cuerda, la fuerza neta entregada a la cuerda, la fuerza suministrada, es $NF$. Con frecuencia, la polea adjunta a la carga se mueve con la carga y sólo es necesario contar el número de trozos de la cuerda ($N$) que actúan sobre dicha polea para determinar la fuerza suministrada.

**LA TORCA (O MOMENTO DE TORSIÓN) ($\tau$)** alrededor de un eje, debida a una fuerza, es una medida de la efectividad de la fuerza para que ésta produzca una rotación alrededor de un eje. La torca se define de la siguiente forma:

$$\text{Torca} = \tau = rF \operatorname{sen} \theta$$

donde $r$ es la distancia radial desde el eje al punto de aplicación de la fuerza y $\theta$ es el ángulo agudo entre las direcciones de $\vec{\mathbf{r}}$ y de $\vec{\mathbf{F}}$, como se muestra en la figura 5-1*a*. Con frecuencia, esta definición se escribe en términos del *brazo de palanca* de la fuerza, que es la distancia perpendicular desde el eje a la línea de acción de la fuerza, como se muestra en la figura 5-1*b*. Como el brazo de palanca es igual a $r \operatorname{sen} \theta$, la ecuación de la torca se reescribe como

$$\tau = (F)\ (\text{brazo de palanca})$$

Las unidades de la torca son newton-metro (N · m). La torca puede ser positiva o negativa; es positiva cuando la rotación alrededor del eje es en sentido opuesto al movimiento de las manecillas del reloj y negativa cuando la rotación es en el mismo sentido en que se mueven las manecillas del reloj.

**3.22 [II]** Una caja de 70 kg resbala a lo largo de un piso debido a una fuerza de 400 N, como se muestra en la figura 3-13. El coeficiente de fricción entre la caja y el piso cuando la caja resbala es de 0.50. Calcule la aceleración de la caja.

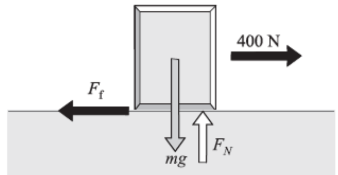


**Figura 3-13**

Como las fuerzas en la dirección $y$ deben balancearse,

$$F_N = mg = (70\text{ kg})(9.81\text{ m/s}^2) = 687\text{ N}$$

Pero la fuerza de fricción $F_f$ está dada por

$$F_f = \mu_c F_N = (0.50)(687\text{ N}) = 344\text{ N}$$

Se puede escribir $\Sigma F_x = ma_x$ para la caja, tomando como positiva la dirección del movimiento:

$$400\text{ N} - 344\text{ N} = (70\text{ kg})(a) \qquad \text{o} \qquad a = 0.80\text{ m/s}^2$$

**3.26[I]** Se tira de una vagoneta de 200 N, con rapidez constante, hacia arriba de un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal. ¿Qué tan grande debe ser la fuerza paralela al plano inclinado, si se desprecian los efectos de la fricción?

La situación se muestra en la figura 3-16*a*. Debido a que la vagoneta se mueve con velocidad constante a lo largo de una recta, su vector velocidad es constante. Por tanto, la vagoneta se encuentra en equilibrio de traslación y puede aplicarse al mismo la primera condición para el equilibrio.

Se aísla la vagoneta como el objeto. Tres fuerzas no despreciables actúan sobre ella: 1) el tirón de la gravedad $F_W$ (su peso) dirigido directamente hacia abajo; 2) la fuerza $F$ sobre la vagoneta, paralela al plano inclinado, para tirar de aquélla hacia arriba de este último, 3) el empuje $F_N$ del plano inclinado que soporta la vagoneta. En la figura 3-16*b* se muestran estas tres fuerzas en el diagrama de cuerpo libre.

Para situaciones en las que intervienen planos inclinados, es conveniente tomar el eje *x* paralelo al propio plano y el eje *y* perpendicular al mismo. Después de tomar las componentes a lo largo de estos ejes, se puede escribir la primera condición para el equilibrio:

$$\overset{+}{\nearrow} \Sigma F_x = 0 \qquad \text{queda} \qquad F - 0.50\, F_W = 0$$

$$\underset{+}{\searrow} \Sigma F_y = 0 \qquad \text{queda} \qquad F_N - 0.87\, F_W = 0$$

Si se resuelve la primera ecuación y se recuerda que $F_W = 200$ N, se encuentra que $F = 0.50\, F_W$. La fuerza de tracción requerida, con dos cifras significativas, es 0.10 kN.

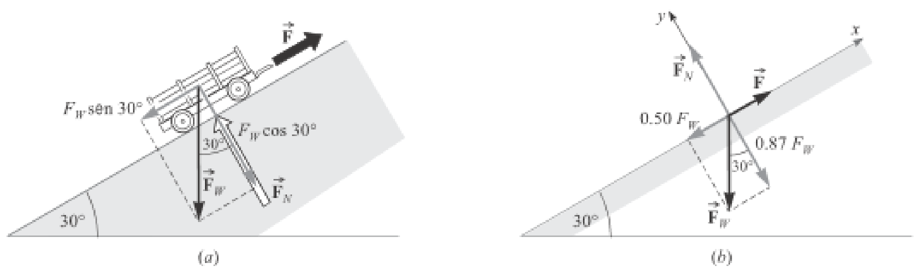


**Figura 3-16**

**3.27 [II]** Una caja de 20 kg reposa sobre un plano inclinado, como se muestra en la figura 3-17. El coeficiente de fricción cinética entre la caja y el plano inclinado es 0.30. Calcule la aceleración con la que desciende la caja por el plano inclinado.

Para resolver problemas de plano inclinado, los ejes *x* y *y* se toman como se muestra en la figura; el eje *x* paralelo al plano, el eje *y* perpendicular al plano. Se encuentra la aceleración escribiendo $\Sigma F_x = ma_x$. Primero se debe calcular la fuerza de fricción $F_f$. Si aplica el hecho de que cos 30° = 0.866,

$$F_y = ma_y = 0 \qquad \text{da} \qquad F_N - 0.87\, mg = 0$$

de donde $F_N = (0.87)(20 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 171$ N. Ahora se puede calcular $F_f$ de la ecuación

$$F_f = \mu_c F_N = (0.30)(171 \text{ N}) = 51 \text{ N}$$

Escribiendo $\Sigma F_x = ma_x$, se tiene

$$F_f - 0.50mg = ma_x \quad \text{o}$$
$$51 \text{ N} - (0.50)(20)(9.81) \text{ N} = (20 \text{ kg})(a_x)$$

de donde $a_x = -2.35$ m/s². La aceleración de la caja al bajar por el plano es 2.4 m/s².

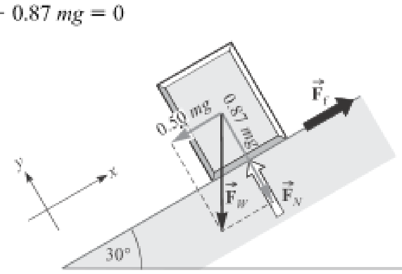


**Figura 3-17**

**3.28 [III]** Cuando una fuerza de 500 N empuja una caja de 25 kg, como se muestra en la figura 3-18, la aceleración de la caja al subir por el plano es $0.75\ m/s^2$. Calcule el coeficiente de fricción cinética entre la caja y el plano.

Las fuerzas que actúan y sus componentes se muestran en la figura 3-18. Note cómo se tomaron los ejes $x$ y $y$. Como la caja sube por el plano inclinado, la fuerza de fricción (que siempre actúa para retardar el movimiento) está dirigida hacia abajo.

Primero se encuentra $F_f$ escribiendo $\Sigma F_x = ma_x$. De la figura 3-18, al usar sen 40° = 0.643,

$$383\ \text{N} - F_f - (0.64)(25)(9.81)\ \text{N} = (25\ \text{kg})(0.75\ \text{m/s}^2)$$

de donde $F_f = 207$ N.

También se necesita $F_N$. Al escribir $\Sigma F_y = ma_y = 0$ y usar cos 40° = 0.766, se obtiene

$$F_N - 321\ \text{N} - (0.77)(25)(9.81)\ \text{N} = 0 \quad \text{o} \quad F_N = 510\ \text{N}$$

Entonces: $\mu_c = \dfrac{F_f}{F_N} = \dfrac{207}{510} = 0.41$

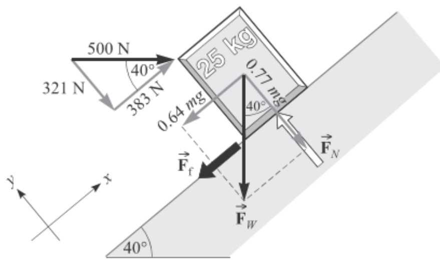


**Figura 3-18**

**4.6 [I]** Para las situaciones del problema 4.5, determine el coeficiente de fricción cinética si el objeto se mueve con rapidez constante. Redondee sus respuestas a dos cifras significativas.

Ya se encontró la fuerza normal $F_N$ para cada caso del problema 4.5. Para calcular el valor de $F_f$, la fuerza de fricción de deslizamiento, se usará $\Sigma F_x = 0$. Posteriormente se usará la definición de $\mu_c$.

*a)* Se tiene $200 \cos 30.0° - F_f = 0$, de modo que $F_f = 173$ N. Por tanto, $\mu_c = F_f/F_N = 173/400 = 0.43$.

*b)* Se tiene $200 \cos 30.0° - F_f = 0$, de modo que $F_f = 173$ N. Por tanto, $\mu_c = F_f/F_N = 173/250 = 0.69$.

*c)* Se tiene $-200 \text{ sen } \theta + F_f = 0$, de modo que $F_f = (200 \text{ sen } \theta)$ N. Por tanto, $\mu_c = F_f/F_N = (200 \text{ sen } \theta)/(200 \cos \theta) = \tan \theta$.

**4.7 [II]** Suponga que el bloque que se encuentra en la figura 4-5*c* está en reposo. El ángulo del plano se aumenta lentamente. A un ángulo $\theta = 42°$, el bloque comienza a deslizarse. ¿Cuál es el coeficiente de fricción estática entre el bloque y el plano inclinado? (El bloque y la superficie no son los mismos de los problemas 4.5 y 4.6.)

En el instante en que el bloque empieza a deslizarse, la fricción tiene su valor máximo. Por tanto, $\mu_e = F_f/F_N$ en ese instante. Siguiendo el método de los problemas 4.5 y 4.6 se tiene

$$F_N = F_W \cos \theta \qquad \text{y} \qquad F_f = F_W \text{ sen } \theta$$

En consecuencia, cuando justamente se inicia el deslizamiento,

$$\mu_e = \frac{F_f}{F_N} = \frac{F_W \text{ sen } \theta}{F_W \cos \theta} = \tan \theta$$

Pero experimentalmente se encontró que $\theta$ es 42°. Por tanto $\mu_e = \tan 42° = 0.90$.